

Lehrprobe: Populationswachstum

Populationswachstum

- Was ist eine Population?
-

Unbegrenztes Wachstum

- Was ist eine Population?
- Drei verschiedene Zugangsweisen
 - 1. Intuitive Ableitung
 - 2. Individuenbasierte Ableitung
 - 3. Differentielle Ableitung

Unbegrenztes Wachstum

- Was ist eine Population?
- Drei verschiedene Zugangsweisen
 - 1. Intuitive Ableitung
 - 2. Individuenbasierte Ableitung
 - 3. Differentielle Ableitung

1. Intuitive Ableitung

- Angenommen wir starten mit 100 Bakterien und wissen das sich Bakterien pro Stunde um 20% vermehren.
- $B(0) = 100$
- $B(1h) = 100 + 100 \cdot 0.2 = 100 \cdot (1 + 0.2) = 120$
- $B(2h) = 120 \cdot (1 + 0.2) = 100 \cdot (1+0.2) \cdot (1+0.2) = 100 \cdot (1+0.2)^2 = 144$
- Was wenn wir mit 200 Bakterien gestartet hätten?
 $200 \cdot (1+0.2)^2 = 288$
- $B(t+1) = B(t) \cdot (1 + 0.2)$

1. Intuitive Ableitung

- Angenommen wir starten mit 100 Bakterien und wissen das sich Bakterien pro Stunde um 20% vermehren.
- $B(0) = 100$
- $B(1h) = 100 + 100 \cdot 0.2 = 100 \cdot (1 + 0.2) = 120$
- $B(2h) = 120 \cdot (1 + 0.2) = 100 \cdot (1+0.2) \cdot (1+0.2) = 100 \cdot (1+0.2)^2 = 144$
- Was wenn wir mit 200 Bakterien gestartet hätten? $200 \cdot (1+0.2)^2 = 288$
- $B(t+1) = B(t) \cdot (1 + 0.2)$

2. Differentielle Herleitung

- Die Änderung der Populationsgrösse ist prop. zur Anzahl zur Population selbst

- $\frac{dB(t)}{dt} = \alpha \cdot B(t)$

- Dies ist eine sog. Differentialgleichung und die Lösung ist die Exponentialfunktion

- $B(t) = B_0 \cdot e^{r \cdot t} = B_0 \cdot e^{\log(1+\alpha) \cdot t}$

2. Individuenbasierte Herleitung

- Wir setzen eine feste Anzahl Individuen B_0 auf ein Gitter. Jedes Individuum hat eine Position (x,y) auf dem Gitter
- Für jedes Individuum auf dem Gitter:
 1. Schau dich um: Gibt es einen freien Platz direkt neben dir?
 2. Wenn ja, würfle! (Zufallszahl zwischen 0 und 1)
 3. Ist die gewürfelte Zahl kleiner als die Wachstumsrate α ?
 - > Wenn JA: Erstelle ein neues Individuum auf dem freien Platz!
 - > Wenn NEIN: Es passiert nichts.



